

## Solution exercice 38

a)

$$\text{On a } \lim_{+\infty} \left(\frac{5}{6}\right)^n = 0 \quad \text{car } -1 < \frac{5}{6} < 1$$

$$\text{donc } \lim_{+\infty} U_n = \lim_{+\infty} 3 - 2 \left(\frac{5}{6}\right)^n = 3$$

b)

La fonction  $x \mapsto \sqrt{x^2+1}$  est continue en 3

$$\text{donc } \lim_{+\infty} W_n = \lim_{+\infty} \sqrt{U_n^2+1} = \sqrt{10}$$

c)

$$U_n > 2 \quad \Rightarrow \quad 3 - 2\left(\frac{5}{6}\right)^n > 2$$

$$\Rightarrow \quad -2\left(\frac{5}{6}\right)^n > -1$$

$$\Rightarrow \quad \left(\frac{5}{6}\right)^n < \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad n \cdot \ln\left(\frac{5}{6}\right) < \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \quad n > \frac{\ln\left(\frac{1}{2}\right)}{\ln\left(\frac{5}{6}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad n > 3,8\dots$$

$$\Rightarrow \quad n = 4$$