

$$f'(x) = (-\ln(x) - 2x)' = -\frac{1}{x} - 2 = \frac{-1-2x}{x}$$

$f'(x)$ est du signe de $-1-2x$ car $x > 0$

x	0	$+\infty$
$-1-2x$		-

pour tout $x \in]0, +\infty[: f'(x) < 0$
 $\Rightarrow f$ est décroissante sur $]0, +\infty[$

x	0	$+\infty$
$f'(x)$		-
f		

on a f continue et monotone (str décroissante)

sur $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$

$$f(\frac{1}{4}) = -\ln(\frac{1}{4}) - 2(\frac{1}{4}) = \ln(4) - \frac{1}{2} \approx 0,88$$

$$f(\frac{1}{2}) = -\ln(\frac{1}{2}) - 2(\frac{1}{2}) = \ln(2) - 1 \approx -0,3$$

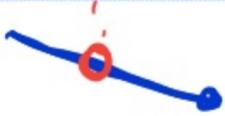
donc $f(\frac{1}{4}) \cdot f(\frac{1}{2}) < 0$

d'après TVI l'équation $f(x) = 0$ admet une
 unique solution $\alpha \in]\frac{1}{4}, \frac{1}{2}[$

Conclusion

$$\text{on a } f(\alpha) = 0 \Rightarrow -\ln(\alpha) - 2\alpha = 0$$

$$\Rightarrow -\ln(\alpha) = 2\alpha \Rightarrow \ln(\alpha) = -2\alpha \Rightarrow \alpha = e^{-2\alpha}$$

x	0	α	$+\infty$
$f'(x)$		-	
f			

Montrer que $g(x) \leq 0$ sur $[\alpha, +\infty[$

$$x \in [\alpha, +\infty[\Rightarrow x \geq \alpha$$

$$\Rightarrow g(x) \leq g(\alpha) \text{ car } g \text{ est décroissante}$$

$$\Rightarrow g(x) \leq 0$$

Montrer que $g(x) \geq 0$ sur $]0, \alpha]$

$$x \in]0, \alpha] \Rightarrow x \leq \alpha$$

$$\Rightarrow g(x) \geq g(\alpha) \text{ car } g \text{ est décroissante}$$

$$\Rightarrow g(x) \geq 0$$